



## MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA A UM SISTEMA DE IRRIGAÇÃO ECONÔMICA

MONTEIRO, Taísa Belzarena<sup>1</sup>;  
BINELLO, Manuel Osório<sup>3</sup>;  
BRONDANI, Matheus Beck<sup>1</sup>.  
CHICON, Patricia Mariotto Mozzaquatro<sup>3</sup>;  
HAAS, Alexsander<sup>1</sup>.  
MONTEIRO, Vitor Belzarena<sup>2</sup>;  
PADILHA, Renata Junges<sup>1</sup>.  
ZAMBERLAN, João Fernando<sup>4</sup>.

**Resumo:** A água é um bem natural imprescindível para a sobrevivência humana e para muitas de nossas atividades diárias. Um de seus maiores consumos é na irrigação, seja de pequenas hortas ou grandes plantações. Hoje, irrigação é sinônimo de segurança e estabilidade, onde o produtor, para ter maior rentabilidade e sucesso da colheita, não precisa depender apenas das precipitações e condições climáticas. A irrigação por aspersão com pivô central é a que mais cresce no mundo, por permitir sua utilização em terrenos irregulares, não ter restrição de horário de uso, por realizar uma irrigação homogênea e por sua crescente modernização. A umidade do solo é uma das variáveis utilizadas para definir a demanda hídrica de uma cultura, onde utilizando dados como índice de evaporação e transpiração, umidade do ar e teor de água no solo, é possível definir se a planta encontra-se em estado de stress hídrico, saturação ou em boas condições hídricas para seu crescimento saudável. Atrelando a preocupação da crise hídrica mundial com a utilização dos recursos de modelagem matemática, este estudo objetiva mostrar, através de modelos simulados no software Matlab, os resultados da medição da umidade do solo, levando à real demanda hídrica da soja, o que definirá o acionamento ou não da irrigação por aspersão utilizando pivô central, evitando o desperdício hídrico e a saturação do solo, e auxiliando no bom desenvolvimento do grão e levando à melhor rentabilidade possível da cultura da soja.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Umidade do Solo. Irrigação.

**Abstract:** *Water is a natural and indispensable for human survival and for many of our daily activities. One of his greatest consumption is for irrigation, whether small gardens or large plantations. Today, irrigation is synonymous with security and stability, where the producer, for greater profitability and success of the harvest, need not depend only on rainfall and climatic conditions. The sprinkler irrigation with center pivot is the fastest growing in the world, allowing its use on uneven terrain, not having use of time restrictions, to conduct a homogeneous irrigation and its growing modernization. Soil moisture is one of the variables used to define the water demand of a culture where using data as an index of evaporation and transpiration, humidity and water content in the soil, you can define whether the plant is in state water stress, saturation or under good water conditions for their healthy growth. Tying*

<sup>1</sup> Graduanda em Ciência da Computação na UNICRUZ.

<sup>2</sup> Graduando em Agronomia na UNICRUZ.

<sup>3</sup> Professor no Curso de Ciência da Computação na UNICRUZ.

<sup>5</sup> Professor no Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária na UNICRUZ.



*the concern of the world water crisis with the use of resources of mathematical modeling, this study aims to show through simulated models in Matlab software, the results of the measurement of soil moisture, leading to real water demand of soy, which define the drive or not of sprinkler irrigation using center pivot, avoiding water waste and soil saturation, and assisting in the successful development of the grain and taking the best possible returns of soybean.*

**Keywords:** *Mathematical modeling. Soil moisture. Irrigation.*

## 1. INTRODUÇÃO

Nosso planeta é formado por 70% de água, porém, apenas 03% é água doce. De toda a água doce do mundo, 11% dela estão no Brasil, e 69% de todo recurso hídrico consumido no país é utilizado pela irrigação (ANA, 2014).

A irrigação na agricultura vem crescendo nos últimos anos como uma escolha dos produtores para otimizar a produção mundial de alimentos, preocupados com o desenvolvimento sustentável no campo, com a geração de empregos e a obtenção de renda de forma estável (MANTOVANI et al., 2006).

Sendo a soja uma das principais culturas do país, em muitas plantações de pequeno e médio porte do estado do Rio Grande do Sul a irrigação se dá por meio de pivôs não automatizados, os quais são ligados e desligados manualmente pelo agricultor, este que define a quantidade de água necessária para o bom crescimento daquela cultura e, consequentemente, o tempo que o pivô ficará ligado. Como consequência, podemos ter irrigação em excesso em alguns pontos da plantação, causando desperdício desnecessário de água, que mesmo sendo esta de poços artesianos, barragens, rios ou lagos, tal atitude vai contra toda e qualquer tentativa de sustentabilidade, e até mesmo de economizar água devido à crise hídrica em que o país se encontra. O presente artigo é parte integrante de um trabalho de conclusão de curso em desenvolvimento, que objetiva fazer a modelagem matemática da umidade do solo, e através de simulações numéricas criar um modelo inteligente de irrigação que otimize a utilização de água. A subseção a seguir irá abordar o embasamento teórico para a realização da pesquisa.



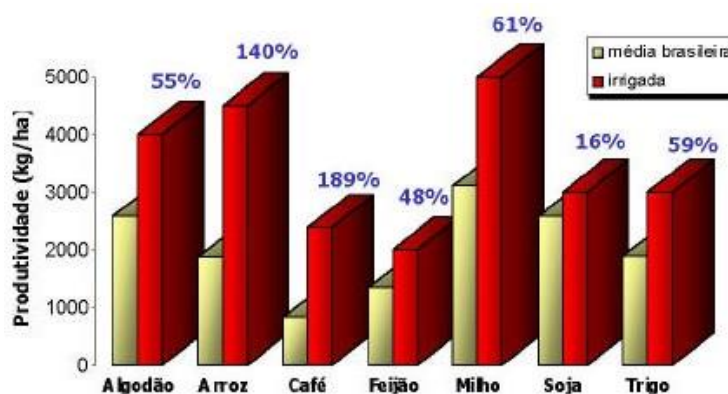
## 2. REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção será abordado o estudo sobre a demanda hídrica da cultura da soja, método de irrigação por aspersão utilizando pivô central, grau de umidade do solo e finalmente a modelagem matemática utilizando o software Matlab.

### 2.1 A cultura da soja e sua demanda hídrica

No levantamento feito pela ABIMAQ(2002), conforme Figura 1, fica clara a importância da irrigação na agricultura, independente da cultura plantada, principalmente no Brasil onde temos um clima tropical, com instabilidades no clima por parte das precipitações e temperatura. A produtividade é mais estável quando se tem uma cultura irrigada, conseqüentemente, tem-se uma segurança maior quanto à colheita, um aumento na geração de empregos e uma lucratividade mais garantida do que uma plantação sem os recursos de irrigação disponíveis hoje em dia para ajudar o agricultor. A Figura 1 apresenta a comparação da produtividade de áreas irrigadas e não irrigadas de varias culturas.

Figura 1: Comparação da produtividade de áreas irrigadas e não-irrigadas de várias culturas



Fonte: ABIMAQ(2002).

Conforme ilustra a Figura 1, a cultura da soja, quando irrigada tem 16% a mais no índice de produtividade do que a média brasileira da soja não irrigada, ou seja, quando a produtividade da cultura depende apenas das condições climáticas naturais da região.

A semente de soja necessita absorver água no volume correspondente a 50% de seu peso para iniciar o processo de germinação (THOMAS & COSTA, p.14, 2010).

Segundo Thomas & Costa (2010), de acordo com o desenvolvimento da cultura da soja, a necessidade de água aumenta, possuindo estágios mais sensíveis, como o de reprodução. Em média, a cultura da soja necessita de 6mm diários durante todo o seu ciclo.



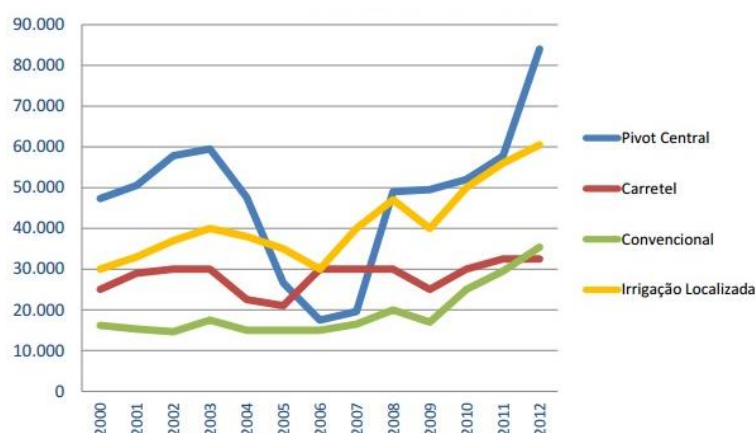
O stress hídrico pode ser causado tanto pela falta, como pelo excesso de água, ocasionando em diversos fatores negativos para a cultura, no caso de um stress causado por falta de água, nos estágios iniciais a planta reduz seu desenvolvimento, na fase de florescimento, ocorre o aborto de flores e no enchimento de grãos pode ocorrer a má formação dos frutos.

## 2.2 Método de irrigação por aspersão

Dentre as três técnicas utilizadas para irrigação, a de aspersão é a que mais cresce, e isto se dá por vários motivos: a irrigação por superfície demanda muita água, tem baixa eficiência de aplicação e não permite a fertirrigação; e a irrigação localizada, apesar de ser muito simples e ter grande potencial de eficiência no uso de água, necessita de pessoal especializado tanto para a instalação, quanto para a execução e manutenção, uma vez que quando a água não é filtrada corretamente pode causar o entupimento dos emissores de água (MANTOVANI, BERNARDO e PALARETTI, 2006).

Assim, conforme relatório do Ministério de Integração Nacional (2013), demonstrado pela Figura 2, a irrigação por aspersão com pivô central é o tipo de irrigação que mais cresce no Brasil, tendo em 2000 aproximadamente 48 mil hectares irrigados e em 2012 em torno de 84 mil hectares irrigados, levando em consideração a área cultivada – de 10 mil a 90 mil hectares – e a evolução dos anos desde 2000 a 2012.

Figura 2: Expansão da área irrigada por tipo de irrigação



Fonte: Ministério da Integração Nacional (2013)



Na irrigação por aspersão, um ou mais jatos de água são divididos em gotas no ar, e lançados sobre o solo em forma de chuva artificial. O fracionamento dos jatos é causado pela passagem da água sob pressão por orifícios de pequena dimensão, e contando com o auxílio de um sistema de bombeamento, a água ganha pressão para sair pelos aspersores após passar por um conjunto de tubulações (BISCARO, 2009). Para o presente estudo foi utilizado o método de irrigação por aspersão com pivô central.

Segundo Biscaro(2009), a irrigação por aspersão possui diversas vantagens, entre elas, o fato de não ter restrição de horários de uso, a disponibilidade de maior área cultivável, a não exigência de um processo de sistematização do terreno. Algo a se levar em consideração é a textura do solo, pois quanto mais argilosa for, mais vantajoso será uso da irrigação por aspersão, uma vez que solos arenosos e franco-arenosos possuem grande capacidade de infiltração de água.

Porém, este método de irrigação também possui desvantagens, como o alto custo de capital inicial, a interferência do vento na aspersão das gotas de água, as perdas de água por evaporação direto do jato fracionado e a necessidade de implantação de um sistema motobomba de alta potência, dependendo da área a ser irrigada (BISCARO,2009).

### **2.3 Umidade do solo**

Segundo Bernardo et al (2006), o solo pode ser considerado uma grande caixa d'água, sendo composto de partículas sólidas, líquidas e gasosas. O volume de sólidos pode ser considerado fixo, enquanto os gases e a solução dividem o espaço poroso do solo.

Conforme BERNARDO *et al* (p.17, 2006),

A umidade do solo influencia diretamente o volume de água nele armazenado, bem como a sua resistência e a compactação, entre outros fatores. Logo, é de capital importância o conhecimento da umidade do solo para estudos do movimento da água no solo, disponibilidade de água, erosão, época e quantidade de água a ser aplicada em irrigação e muitos outros problemas.

Devido sua importância, a umidade do solo será componente principal na determinação da demanda hídrica da cultura da soja em questão, e os resultados dela alimentarão o modelo matemático que será proposto neste estudo.





## 2.4 Modelagem matemática

Segundo Shannon (1975), “um modelo computacional é um programa de computador cujas variáveis apresentam o mesmo comportamento dinâmico e estocástico do sistema real que representa”. Assim, entende-se como Modelagem Matemática, a utilização de cálculos matemáticos para simular ambientes reais e seus resultados, porém, realizando apenas simulações computacionais.

A Modelagem Matemática está sendo cada vez mais utilizada devido sua capacidade de simular situações reais sem a necessidade de realizar mudanças no ambiente estudado, além de sua capacidade de prever se os resultados serão positivos ou negativos, sendo na área administrativa, de engenharia, biologia ou informática. Além disso, um sistema simulado pode economizar tempo e recursos financeiros no desenvolvimento de projetos, trazendo ganhos de produtividade e qualidade (FILHO, p.05, 2001).

Neste trabalho foram utilizados como referência os experimentos feitos por Gonçalves e Borges(2009), no estudo intitulado “Modelagem Matemática da Evaporação através de dados experimentais do teor de água no solo”, onde foram realizados cálculos matemáticos para definir a evaporação na fase potencial, utilizando apenas dados da variação do teor de água no solo.

Para a extração dos dados iniciais, Gonçalves e Borges(2009) utilizou quatro amostras de solo com diferentes proporções de argila e areia, e as colocou em cilindros metálicos de raio = 0,20cm e altura = 0,3cm, e no lugar do fundo uma malha de tecido. A cada 2cm de profundidade a partir da borda, foi medido o teor de água no solo com a ajuda de oito transdutores térmicos, durante três dias. Para que a interferência de um transdutor no outro fosse mínima, eles foram colocados em forma de e espiral, conforme mostra a Figura 3.

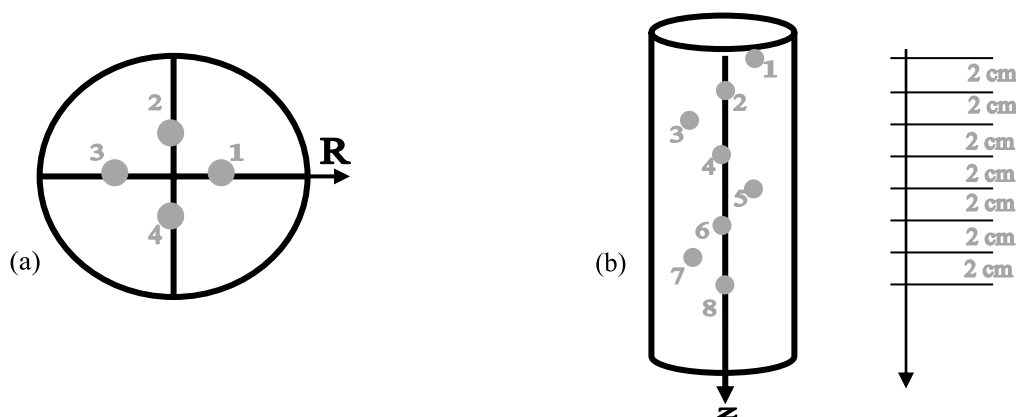


Figura 3: (a) Posição dos transdutores no cilindro (vista superior); (b) Posição dos transdutores no cilindro, posicionados em espiral a cada 2cm (vista lateral).



Os dados deste experimento foram utilizados no cálculo da evaporação total e instantânea, aplicando-os em modelos matemáticos e levando em consideração duas hipóteses: Primeira, o fluxo da evaporação é constante, sendo que este é encontrado resolvendo o problema inverso, onde são diminuídas as diferenças entre o teor de água experimental e simulado, em vários pontos da coluna de solo (Gonçalves e Borges, 2009). Na segunda hipótese o teor de água da camada superficial é ajustado de acordo com os dados obtidos no experimento e utilizado como condição de fronteira do problema direto. Sendo a Equação de Richards não linear, a solução foi implementada numericamente pelo Método das Diferenças Finitas, utilizando o esquema explícito de avanços temporais, desenvolvido com programa próprio (Gonçalves e Borges, p.03, 2009).

Assim, com a extração dos dados das condições experimentais, conforme mostra a Figura 3, foi desenvolvido um modelo matemático que nos leva ao cálculo da evaporação em forma de equação diferencial parcial, utilizando condições de fronteira com possibilidades de primeira e segunda espécie.

Quando temos um solo cuja massa específica e textura são homogêneas em todos os pontos levados em consideração, geralmente se utiliza a Equação de Richards para descrever a dinâmica da água no solo. A referida Equação também pode ser utilizada em sua forma unidimensional, quando se tem um problema que assume que as derivadas do potencial matricial não variam de acordo de forma significativa nas direções X e Z, conforme a Fórmula 1:

Fórmula 1: Equação de Richards de forma unidimensional, onde  $0 < z < H$  e  $t > 0$ .

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K(\Theta) \frac{\partial \Psi_m}{\partial z} \right) + \frac{\partial K(\Theta)}{\partial z}$$

Na Fórmula 1, a Equação de Richards em sua forma unidimensional utiliza as seguintes variáveis para definir a dinâmica da água em solos:

- $\Theta$  é o teor de água adimensional;
- $\Psi_m$  é o potencial matricial (cm H<sub>2</sub>O);
- $K$  é a condutividade hidráulica (cm/s);
- $z$  é a altura de solo (cm);
- $H$  é a altura da coluna de solo (cm);
- $t$  é o tempo (dias).



Na Equação de Richards, foram utilizados como variáveis o potencial matricial e o teor de água no solo. Porém, para resolvê-la necessitamos saber da relação entre elas, como parâmetros específicos do solo estudado, já que nosso objetivo é ter apenas uma variável temporal, uma espacial e uma de estado. Para encontrar o potencial matricial ( $\Psi_m$ ) utilizado na Equação de Richards, pode-se utilizar a Equação de Van Genuchten (1980), a qual utiliza o teor de água adimensional ( $\Theta$ ) e os parâmetros  $a$ ,  $m$  e  $n$ , dados obtidos com experimentos feitos para cada tipo de solo, conforme Fórmula 2:

Fórmula 2: Equação de Van Genuchten (1980)

$$\psi_m = \frac{1}{a} \sqrt[n]{\Theta^{-1/m} - 1}$$

Após descrever a dinâmica da água no solo, é necessário calcular a evaporação, a qual, segundo Reichardt (1968), quando na primeira fase é constante, ou seja, há água disponível para ser evaporada nas primeiras camadas de solo, independente das condições climáticas atmosféricas. Assim, fica entendido que as primeiras camadas do solo são abastecidas hidricamente pelas camadas mais profundas (Gonçalves e Borges, 2009).

No estudo de Gonçalves e Borges (2009), foram utilizadas duas hipóteses para se calcular a evaporação:

*Hipótese 1:* O fluxo de água evaporada é constante em relação ao tempo adotado, onde, na forma de Equação, definiu-se o fluxo de água evaporada ( $E$ ) medida em  $cm/dia$  através da divisão do volume de água evaporada ( $V_E$ ) medido em  $cm^3$ , pelo produto da área do solo ( $A$ ) medida em  $cm^2$  e pelo intervalo de tempo levado em consideração ( $\Delta t$ ) e medido em  $dias$ , conforme Fórmula 3:

Fórmula 3: Equação da água evaporada constante  $a$  em relação ao intervalo de tempo estudado.

$$E = \frac{V_E}{A\Delta t}$$

*Hipótese 2:* Tendo como base apenas os dados experimentais da camada superficial do solo, Gonçalves e Borges (2009) definiu o teor da água da primeira célula é ajustado conforme os dados experimentais. Para esta hipótese, deve-se considerar duas alternativas:





*Ajuste linear:* analisando a distribuição dos dados do teor da água na primeira camada do solo, observou-se que em uma grande parcela do tempo monitorado, estes dados apresentaram tendência linear.

*Ajuste exponencial:* considerando a distribuição dos dados experimentais da cama superficial do solo, observou-se que no final do primeiro intervalo onde os dados apresentaram tendência linear, a taxa de variação do teor de água vai se aproximando de zero, o que pode caracterizar o início da segunda fase da evaporação.

Seguindo o estudo de Gonçalves e Borges (2009), após calcular a evaporação e o teor de água no solo, este trabalho poderá utilizar os resultados para definir a umidade do solo, variável essencial para a determinação da demanda hídrica de uma plantação de soja, ambiente que será estudado.

### **3. METODOLOGIA E/OU MATERIAL E MÉTODOS**

A pesquisa em andamento classifica-se como pesquisa quantitativa, onde, segundo WAINER (2010), são trabalhados dados numéricos, os quais são considerados mais ricos que descrições verbais, pois se adequam à manipulação estatística, além das variáveis observadas serem consideradas objetivas, isto é, diferentes observadores obterão os mesmos resultados em observações distintas. As seguintes etapas são desenvolvidas:

Etapa 1 – Projeto: Investigar sobre a demanda hídrica da cultura da soja, Pesquisar sobre o método de irrigação por aspersão utilizando pivô central, Investigar as variáveis que definem o grau de umidade do solo, Estudo teórico referente à modelagem matemática.

Etapa 2 – Desenvolvimento: Modelagem Matemática utilizando os dados obtidos através da medição da umidade do solo e nível de evapotranspiração com dados da Estação Meteorológica da UNICRUZ, Simulação do ambiente real de plantação de soja, onde serão utilizados pivôs centrais ligados e desligados manualmente, Simulação de um ambiente controlado de plantação de soja, onde serão utilizados pivôs centrais ligados e desligados conforme demanda hídrica, definidas pelo estudo de umidade do solo.

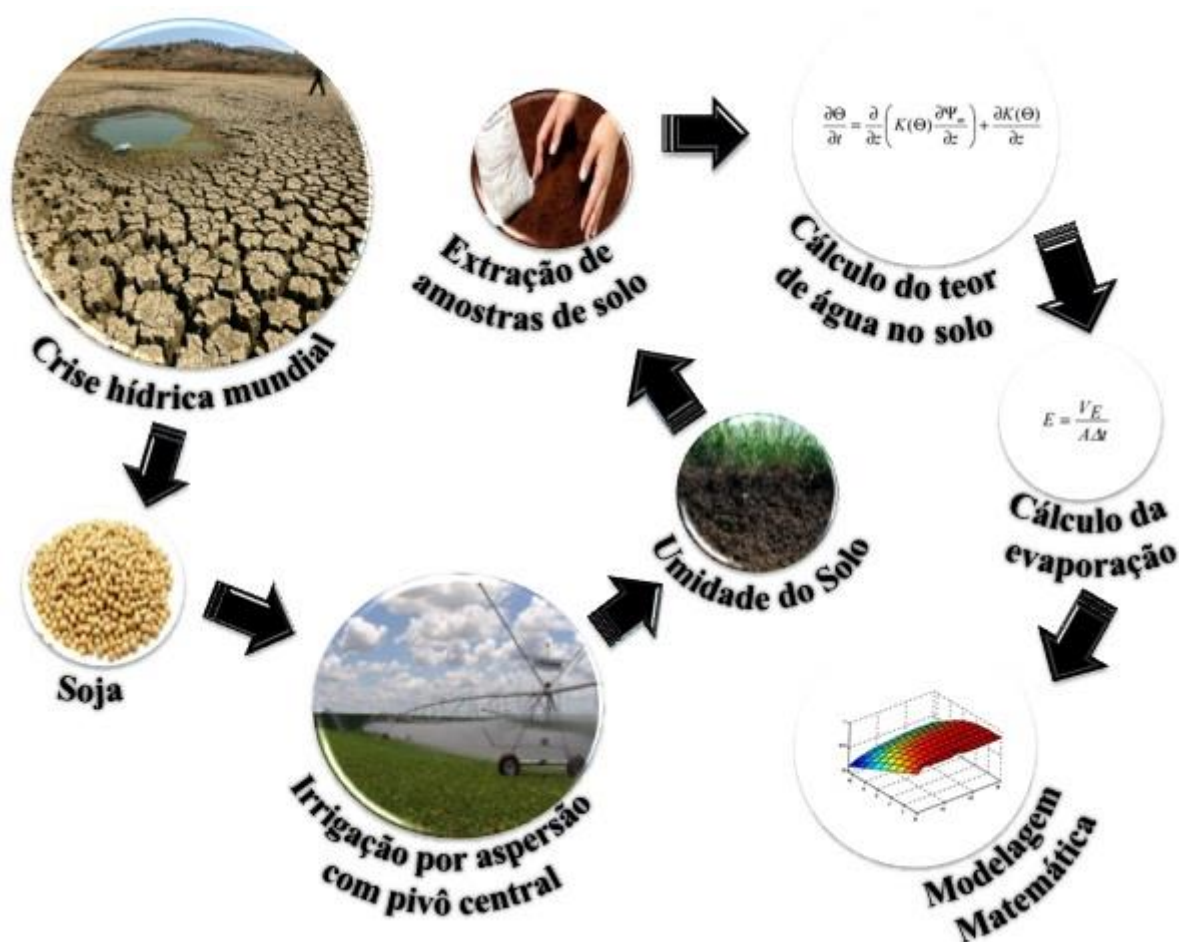
Etapa 3 – Validação: Estudo de caso das duas simulações de ambientes de irrigação, controlado e manual, a fim de demonstrar que aquele demonstra uma economia hídrica maior.

### **4. RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Para a realização deste trabalho, será seguida uma linha de pesquisas, estudo e cálculos, conforme Figura 4:



Figura 4. Proposta de desenvolvimento do estudo



Conforme ilustra a Figura 4, este estudo será orientado a partir de pesquisas sobre os seguintes áreas:

1. Crise hídrica mundial: a situação da água no mundo, onde devido seu mau uso, hoje, em algumas regiões do mundo já está escassa, podendo ser chamada de crise hídrica mundial;
2. Soja: principais características e demandas desta cultura, que se tornou uma das mais cultivadas e rentáveis, principalmente no Brasil;
3. Irrigação por Aspersão com pivô Central: definição de irrigação, métodos que podem ser utilizados, características de cada método, em específico o de aspersão com pivô central;
4. Umidade do Solo: principais características da umidade do solo, como esta se forma e como defini-la;



5. Extração de amostras de solo: utilizando como base o estudo de Gonçalves e Borges(2009), como foram extraídas as amostras de solo para realização dos experimentos;
6. Cálculo do Teor de Água no Solo: através da Equação de Richards em sua forma unidimensional, a definição do teor de água no solo;
7. Cálculo da Evaporação: através da Equação da água evaporada constante a em relação ao intervalo de tempo estudado;
8. Modelagem Matemática: após o calculo do teor de água no solo e evaporação, pode-se fazer o modelo matemático para obter-se simulações e comparar os dois resultados.

## **5. CONSIDERAÇÕES PARCIAIS**

Tendo em vista o desenvolvimento sustentável a fim de controlar a crise hídrica principalmente no Brasil, este estudo fará uma comparação entre o método tradicional de decisão da quantidade de água utilizada em plantações de soja por meio de irrigação por aspersão utilizando pivô central, e um método de economia hídrica tomando como parâmetros a umidade do solo e a evapotranspiração para definir a demanda de irrigação por aspersão utilizando para isso a modelagem matemática dos processos que definem a umidade do solo.

Até o momento foram desenvolvidas as seguintes etapas: estudo teórico sobre a crise hídrica mundial, a cultura da soja, os métodos de irrigação e a definição da umidade do solo.

A etapa de estudo sobre a modelagem matemática e a simulação encontra-se em desenvolvimento.

Como principal contribuição científica, este estudo traz a aplicação de técnicas computacionais de modelagem matemática de um sistema de irrigação econômica por pivôs utilizando como dados para tomada de decisão as medições da umidade do solo em plantações de soja.

## **6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Associação Brasileira De Indústrias De Máquinas E Equipamentos – ABIMAQ. IMPORTÂNCIA DA IRRIGAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO DO AGRONEGÓCIO. Roberto Testazlaf, Edson E. Matsura e João Luiz Cardoso. 2002. Disponível em:



# XVII

## Seminário Internacional de Educação no MERCOSUL



www.unicruz.edu.br/mercosul

<[https://portais.ufg.br/up/68/o/Panorama\\_da\\_Irriga\\_\\_o\\_no\\_Brasil\\_e\\_no\\_mundo.pdf](https://portais.ufg.br/up/68/o/Panorama_da_Irriga__o_no_Brasil_e_no_mundo.pdf)>.

Acesso em 03.mai.2015.

BISCARO, Guilherme Augusto. SISTEMAS DE IRRIGAÇÃO POR ASPERSÃO. Editora UFGD. Dourados – MG, 2009.

CONJUNTURA DOS RECURSOS HÍDRICO NO BRASIL 2013 – ANA, Agência Nacional das Águas. Disponível em:

<<http://arquivos.ana.gov.br/institucional/sge/CEDOC/Catalogo/2014/AAguaNoBrasilENoMundo2014.pdf>> Acesso em 13.mar.2015.

GONÇALVES, Marcia Fritsch, BORGES, Pedro Augusto Pereira. MODELAGEM MATEMÁTICA DA EVAPORAÇÃO ATRAVÉS DE DADOS EXPERIMENTAIS DO TEOR DE ÁGUA NO SOLO. X Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Ijuí-RS, 2009.

Disponível em:

<[http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd\\_egem/fscommand/CC/CC\\_23.pdf](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_23.pdf)>

Acesso em: 29. mai. 2015.

MANTOVANI, Everardo Chartuni, BERNARDO, Salassier, PALARETTI, Luiz Fabiano. IRRIGAÇÃO – Princípios e Métodos. Viçosa: Ed. UFV, 2006.

SHANNON, R.E. 1975. Systems Simulation the Art and Science, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. Disponível em:

<<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4309432>>. Acesso em 29. Mai. 2015.

THOMAS, André Luis, COSTA, José Antônio. SOJA: MANEJO PARA ALTA PRODUTIVIDADE DE GRÃOS. Editora Evangraf. Porto Alegre, 2010.

WAINER, Jacques. MÉTODOS DE PESQUISA QUANTITATIVA E QUALITATIVA PARA A CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO. UNICAMP, 2010. Disponível em:

<[http://www.unisinos.br/blogs/informatica/files/2010/09/Pesquisa\\_Computacao1.pdf](http://www.unisinos.br/blogs/informatica/files/2010/09/Pesquisa_Computacao1.pdf)>.

Acesso em 09.mar.2015.